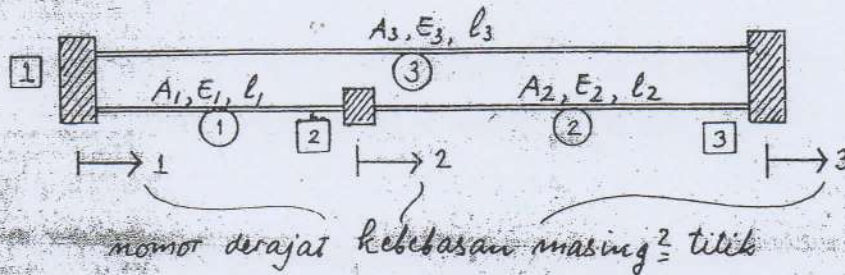


JCODE dan MCODE merupakan alat bantu untuk menyusun matriks kekakuan, matriks beban luar dan untuk keperluan lain. Sebagai contoh akan disusun kembali persamaan (2,6) dengan menggunakan JCODE/MCODE.



Gambar 2.3 Derajat Kebebasan (d.o.f)

1, 2 dan 3 adalah nomor derajat kebebasan masing-masing titik.

Dari gambar 2.3 dapat disusun :

JCODE(1) = 1 , artinya Joint Code titik 1 = Nomor derajat kebebasan 1,

JCODE(2) = 2 , artinya Joint Code titik 2 = Nomor derajat kebebasan 2,

dan seterusnya.

MCODE(1) = [1 2] , artinya ujung-ujung batang (1) mempunyai nomor derajat kebebasan (no. d.o.f.) 1 dan 2.

MCODE(2) = [2 3] , artinya ujung-ujung batang (2) mempunyai nomor derajat kebebasan 2 dan 3.

MCODE(3) = [1 3] , artinya ujung-ujung batang (3) mempunyai nomor derajat kebebasan 1 dan 3.

Sistem Konstruksi gambar 2.3 di atas mempunyai 3 derajat kebebasan (3 degree of freedom), sehingga matriks kekakuan sistem strukturnya berukuran 3 x 3. Penyusunan matriks kekakuan dilakukan berdasarkan pada persamaan 2.3a dan 2.3b yang merupakan persamaan dasar untuk struktur yang batang-batangnya hanya mengalami deformasi aksial.

Penyelesaian :

Batang 1 : MCODE(1) = [1 2]

$$k_1 = \begin{matrix} & 1 & 2 & \leftarrow \text{MCODE}(1) \\ & \downarrow & & \\ \begin{bmatrix} \frac{A_1 E_1}{l_1} & -\frac{A_1 E_1}{l_1} \\ -\frac{A_1 E_1}{l_1} & \frac{A_1 E_1}{l_1} \end{bmatrix} & \begin{matrix} 1 \\ 2 \end{matrix} & \text{MCODE} \Rightarrow K_{(1)} = \begin{bmatrix} \frac{A_1 E_1}{l_1} & -\frac{A_1 E_1}{l_1} & 0 \\ -\frac{A_1 E_1}{l_1} & \frac{A_1 E_1}{l_1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} \end{matrix}$$

matriks kekakuan
batang 1

matriks kekakuan system
struktur sumbu dari
batang 1.

Maksud dari penulisan di atas ialah dengan bantuan MCODE, matriks kekakuan batang disusun ke dalam matriks kekakuan sistem struktur. Dalam hal ini matriks kekakuan sistem struktur berukuran 3 x 3 sesuai dengan jumlah "d.o.f." sebesar 3.

Batang 2 : MCODE(2) = [2 3]

$$k_2 = \begin{matrix} & 2 & 3 & \leftarrow \text{MCODE}(2) \\ & \downarrow & & \\ \begin{bmatrix} \frac{A_2 E_2}{l_2} & -\frac{A_2 E_2}{l_2} \\ -\frac{A_2 E_2}{l_2} & \frac{A_2 E_2}{l_2} \end{bmatrix} & \begin{matrix} 2 \\ 3 \end{matrix} & \text{MCODE} \Rightarrow K_{(2)} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & +\frac{A_2 E_2}{l_2} & -\frac{A_2 E_2}{l_2} \\ 0 & -\frac{A_2 E_2}{l_2} & \frac{A_2 E_2}{l_2} \end{bmatrix} \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} \end{matrix}$$

Batang 3 : MCODE(3) = [1 3]

$$k_3 = \begin{matrix} & 1 & 3 & \leftarrow \text{MCODE}(3) \\ & \downarrow & & \\ \begin{bmatrix} \frac{A_3 E_3}{l_3} & -\frac{A_3 E_3}{l_3} \\ -\frac{A_3 E_3}{l_3} & \frac{A_3 E_3}{l_3} \end{bmatrix} & \begin{matrix} 1 \\ 3 \end{matrix} & \text{MCODE} \Rightarrow K_{(3)} = \begin{bmatrix} \frac{A_3 E_3}{l_3} & 0 & -\frac{A_3 E_3}{l_3} \\ 0 & 0 & 0 \\ -\frac{A_3 E_3}{l_3} & 0 & \frac{A_3 E_3}{l_3} \end{bmatrix} \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} \end{matrix}$$

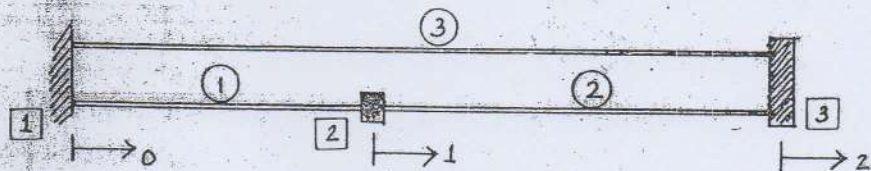
$$K = K_{(1)} + K_{(2)} + K_{(3)}$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{A E_1}{l_1} & -\frac{A E_1}{l_1} & 0 \\ -\frac{A E_1}{l_1} & \frac{A E_1}{l_1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{A E_2}{l_2} & -\frac{A E_2}{l_2} \\ 0 & -\frac{A E_2}{l_2} & \frac{A E_2}{l_2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{A E_3}{l_3} & 0 & -\frac{A E_3}{l_3} \\ 0 & 0 & 0 \\ -\frac{A E_3}{l_3} & 0 & \frac{A E_3}{l_3} \end{bmatrix}$$

Jika $k_1 = \frac{A E_1}{l_1}$, $k_2 = \frac{A E_2}{l_2}$ dan $k_3 = \frac{A E_3}{l_3}$, maka :

$$K = \begin{bmatrix} k_1 + k_3 & -k_1 & -k_3 \\ -k_1 & k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_3 & -k_2 & k_2 + k_3 \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

Jika titik buhul 1 dipegang (*constraint*), maka :



Gambar 2.4 Derajat kebebasan masing-masing titik.

0, 1 dan 2 adalah nomor derajat kebebasan masing-masing titik. Pada titik buhul 1 derajat kebebasannya 0, hal ini berarti titik buhul 1 tidak bergerak karena titik tumpu. Dengan demikian jumlah derajat kebebasan dari sistem struktur tersebut adalah 2, dan matriks kekakuan sistem struktur menjadi 2×2 .

Penyelesaian kasus titik buhul 1 dipegang :

Batang 1 : MCODE(1) = [0 1]

$$k_1 = \begin{bmatrix} \frac{A E_1}{l_1} & -\frac{A E_1}{l_1} \\ -\frac{A E_1}{l_1} & \frac{A E_1}{l_1} \end{bmatrix} \quad \text{MCODE} \Rightarrow K_{(1)} = \begin{bmatrix} -\frac{A E_1}{l_1} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Batang 2 : MCODE(2) = [1 2]

$$k_2 = \begin{bmatrix} \frac{AE}{l_2} & -\frac{AE}{l_2} \\ -\frac{AE}{l_2} & \frac{AE}{l_2} \end{bmatrix} \begin{matrix} 1 \\ 2 \end{matrix} \quad \text{MCODE} \Rightarrow K_{(2)} = \begin{bmatrix} \frac{AE}{l_2} & -\frac{AE}{l_2} \\ -\frac{AE}{l_2} & \frac{AE}{l_2} \end{bmatrix} \begin{matrix} 1 \\ 2 \end{matrix}$$

Batang 3 : MCODE(3) = [0 2]

$$k_3 = \begin{bmatrix} \frac{AE}{l_3} & -\frac{AE}{l_3} \\ -\frac{AE}{l_3} & \frac{AE}{l_3} \end{bmatrix} \begin{matrix} 0 \\ 2 \end{matrix} \quad \text{MCODE} \Rightarrow K_{(3)} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \frac{AE}{l_3} \end{bmatrix} \begin{matrix} 1 \\ 2 \end{matrix}$$

$$K = K_{(1)} + K_{(2)} + K_{(3)}$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{AE}{l_1} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{AE}{l_2} & -\frac{AE}{l_2} \\ -\frac{AE}{l_2} & \frac{AE}{l_2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \frac{AE}{l_3} \end{bmatrix}$$

$$K = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 + k_3 \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

(lihat persamaan 2.8)

Contoh :

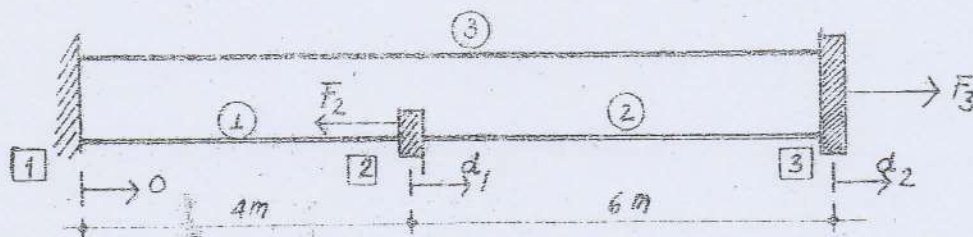
Diketahui : Konstruksi tergambar

$$A = 0,5 \text{ cm}^2$$

$$E = 2.10^6 \text{ kg/cm}^2$$

$$F_2 = 1 \text{ ton}$$

$$F_3 = 1 \text{ ton}$$



d_1 = dipakai index 1 agar sesuai dengan no. "d.o.f" nya.

d_2 = dipakai index 2 agar sesuai dengan no. "d.o.f" nya.

Pertanyaan : Hitung gaya-gaya batang 1,2 dan 3.

Jawab : Sesuai dengan persamaan 2.8 dan persamaan 2.11

$F = K.d$, maka

$$\begin{Bmatrix} F_2 \\ F_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 + k_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d_1 \\ d_2 \end{Bmatrix}$$

$$k_1 = \frac{AE}{l_1} = \frac{0,5 \cdot 2 \cdot 10^6}{400} = 2500 \text{ kg/cm}$$

$$k_2 = \frac{AE}{l_2} = \frac{0,5 \cdot 2 \cdot 10^6}{600} = 1667 \text{ kg/cm}$$

$$k_3 = \frac{AE}{l_3} = \frac{0,5 \cdot 2 \cdot 10^6}{1000} = 1000 \text{ kg/cm}$$

$$\frac{\text{cm}^2 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}}{\text{cm}}$$

dimasukkan ke dalam persamaan di atas :

$$\begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 + k_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} F_2 \\ F_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} d_1 \\ d_2 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 4167 & -1667 \\ -1667 & 2667 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} -1000 \\ 1000 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} d_1 \\ d_2 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3,2 \cdot 10^{-4} & 2 \cdot 10^{-4} \\ 2 \cdot 10^{-4} & 5 \cdot 10^{-4} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} -1000 \\ 1000 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} d_1 \\ d_2 \end{Bmatrix}$$

$$d_1 = 3,2 \cdot 10^{-4} \cdot (-1000) + 2 \cdot 10^{-4} \cdot 1000 = -0,12 \text{ cm.}$$

$$d_2 = 2 \cdot 10^{-4} \cdot (-1000) + 5 \cdot 10^{-4} \cdot 1000 = -0,30 \text{ cm.}$$

Hal ini berarti δ kearah kiri, atau dengan kata lain titik bahu 2 bergeser ke kiri sebesar 0,12 cm.

Menyusun matriks deformasi pada masing-masing batang,

d^1 = deformasi pada batang 1.

$$d^1 = \begin{Bmatrix} 0 \\ d_1 \end{Bmatrix} \begin{matrix} \xrightarrow{\text{MCODE}(1)} \\ \xrightarrow{\text{MCODE}(1)} \end{matrix} \begin{matrix} \text{Jika MCODE} = 0, \text{ maka } d = 0 \\ \text{Jika MCODE} = 1, \text{ maka } d = d_1 \end{matrix}$$

$$= \begin{Bmatrix} 0 \\ -0,12 \end{Bmatrix}$$

d^2 = deformasi pada batang 2.

$$d^2 = \begin{Bmatrix} d_1 \\ d_2 \end{Bmatrix} \begin{matrix} \xrightarrow{\text{MCODE}(2)} \\ \xrightarrow{\text{MCODE}(2)} \end{matrix} \begin{matrix} 1 \\ 2 \end{matrix} = \begin{Bmatrix} -0,12 \\ 0,30 \end{Bmatrix}$$

d^3 = deformasi pada batang 3.

$$d^3 = \begin{Bmatrix} 0 \\ d_2 \end{Bmatrix} \begin{matrix} \xrightarrow{\text{MCODE}(3)} \\ \xrightarrow{\text{MCODE}(3)} \end{matrix} \begin{matrix} 0 \\ 2 \end{matrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0,30 \end{Bmatrix}$$

Menghitung gaya-gaya batang,

Batang 1 : $\{N^1\} = \{k^1\}\{d^1\}$

$$\begin{Bmatrix} Na^1 \\ Nb^1 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_1 & -k_1 \\ -k_1 & k_1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ d_1 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{aligned} fa^1 = Na^1 &= k_1 \cdot 0 + (-k_1) \cdot d_1 \\ &= 0 - 2500(-0,12) \\ &= + 300 \text{ kg (} \rightarrow \text{)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 fb^1 &= Nb^1 = (-k_1) \cdot 0 + k_1 \cdot d_1 \\
 &= 0 + 2500(-0,12) \\
 &= -300 \text{ kg (} \leftarrow \text{)}
 \end{aligned}$$



fa^1 = gaya dalam ujung kiri dari batang 1.

fb^1 = gaya dalam ujung kanan dari batang 1.

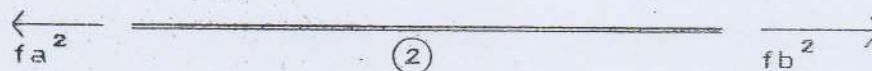
Melihat dari arah fa^1 dan fb^1 , maka dapat diambil kesimpulan bahwa batang 1 adalah batang tekan.

Batang 2 : $\{f^2\} = \{k^2\}\{d^2\}$

$$\begin{Bmatrix} fa^2 \\ fb^2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d_1 \\ d_2 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
 fa^2 &= k_2 \cdot d_1 + k_2 \cdot d_2 \\
 &= 1667 \cdot (-0,12) + 1667 \cdot (0,30) \\
 &= -700 \text{ kg (} \leftarrow \text{)}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 fb^2 &= (-k_2) \cdot d_1 + k_2 \cdot d_2 \\
 &= (-1667)(-0,12) + 1667 \cdot (0,30) \\
 &= +700 \text{ kg (} \rightarrow \text{)}
 \end{aligned}$$



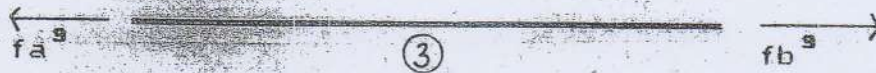
Melihat arah fa^2 dan fb^2 , maka dapat diambil kesimpulan bahwa batang 2 adalah batang tarik.

Batang 3 : $\{f^3\} = \{k^3\}\{d^3\}$

$$\begin{Bmatrix} fa^3 \\ fb^3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_3 & -k_3 \\ -k_3 & k_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ d_2 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
 f_a^s &= k_s \cdot 0 + (-k_s) \cdot d_2 \\
 &= 0 - 1000 \cdot (0,30) \\
 &= -300 \text{ kg (} \leftarrow \text{)}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 f_b^s &= (-k_s) \cdot 0 + k_s \cdot d_2 \\
 &= 0 + 1000 \cdot (0,30) \\
 &= +300 \text{ kg (} \rightarrow \text{)}
 \end{aligned}$$



Melihat arah f_a^s dan f_b^s , maka dapat diambil kesimpulan bahwa batang 2 adalah batang tarik.

Reaksi perletakan = Σ gaya normal batang-batang yang berhubungan.

$$R = f_a^1 + f_a^s = 300 - 300 = 0$$

Melihat proses hitungan di atas maka dapat diambil kesimpulan bahwa dalam analisis struktur dengan cara matriks, untuk dapat menghitung gaya-gaya dalam tiap-tiap batang harus terlebih dahulu menghitung deformasi titik-titik buhulnya. Atau dengan kata lain gaya-gaya dalam tiap-tiap batng merupakan fungsi dari deformasi/displacement titik-titik buhulnya.